Etude détaillée de l'extinction

Considérons la figure 8. Dans cette figure, nous pouvons écrire que l'énergie fournie par la source est égale à l'énergie emmagasinée ou dissipée dans le circuit.

énergie fournie pendant le temps dt : Eidt	=	pertes JOULES dans R $Ri^2\,dt$	+	énergie électrostatique $d(\frac{1}{2}QV)$	+	énergie électromagnétique $\phi\, di$

où Q est la charge emmagasinée dans la capacité soumise à une tension V.

ϕ est le flux produit par le courant i dans la self L.

Dans la capacité, la quantité dq emmagasinée pendant le temps dt vaut : $dq = i\,dt$ et $Q = \int i\,dt = CV$,

d'où l'on tire $V = \frac{Q}{C}$ ou encore en multipliant par Q :

$$QV = \frac{Q^2}{C}$$

qui différencié, donne : $d(QV) = \frac{2Q}{C}\,dq$

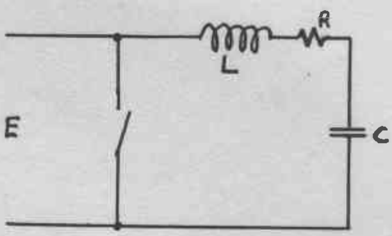


Figure 8

et $d(\frac{1}{2}QV) = \frac{1}{C}Q\,dq = \frac{Q}{C}\,dq = V\,dq$

et avec $dq = i\,dt$, on a évidemment

$$d(\tfrac{1}{2}QV) = Vi\,dt$$

Pour la bobine, nous avons $\phi = Li$ donc $\phi\, di = Li\,di$.

L'équation générale devient :

$$Ei\,dt = ri^2 dt + Vi\,dt + Li\,di$$

que l'on divise par idt :

$$E = ri + V + L\frac{di}{dt}$$

d'autre part, pour une capacité on a : $i = C\frac{dv}{dt}$

en différenciant une seconde fois, on à :

$$\frac{di}{dt} = C\frac{d^2v}{dt^2}$$

ce qui entraîne :

$$E = LC\frac{d^2v}{dt^2} + RC\frac{dv}{dt} + v.$$

équation différentielle générale de deuxième ordre d'un circuit RLC. Lorsque l'interrupteur est basculé, court-circuitant le générateur, l'équation se réduit à:

$$0 = LC \frac{d^2v}{dt^2} + RC \frac{dv}{dt} + v$$

dont l'équation caractéristique est : $0 = LCx^2 + RCx + 1$ et l'intégrale générale de cette équation différentielle a la forme :

$$v = C1e^{x1t} + C2e^{x2t}$$

où C1 et C2 sont les constantes d'intégrations définies par les conditions initiales, et x1 et x2 les solutions de l'équation caractéristique, qui sous forme canonique est:

$$\left(x + \frac{R}{2L}\right)^2 + \left(\frac{4\,LC - R^2C^2}{4L^2C^2}\right)$$

<u>1er temps</u> :

Immédiatement après la fermeture de l'interrupteur, le courant commence à s'établir et croît progressivement, Pendant ce premier temps, R est faible et L est grand (self non saturée).

Le discriminant de l'équation caractéristique est fortement négatif $R^2C^2 - 4\,L\,C < 0$.

Les racines sont alors imaginaires conjuguées:

$$x1 = -\alpha + j\omega o \text{ et } x2 = -\alpha - j\omega_o$$

La forme canonique donne pour α et ωo:

$$\alpha = -\frac{R}{2L} \quad \text{et} \quad \omega o = \sqrt{\frac{4LC - R^2C^2}{4\,L^2C^2}}$$

La solution générale devient:

$$v = C1e^{(-\alpha - j\omega_o)t} + C2e^{(-\alpha + j\omega_o)t}$$

que l'on développe en :

$$v = C_1 e^{-\alpha t} . e^{-j\omega_o t} + C_2\, e^{-\alpha t} . e^{j\omega_o t}$$
$$v = e^{-\alpha t}\left(C_1 e^{-j\omega_o t} + C_2\, e^{j\omega_o t}\right)$$

D'autre part, on démontre que $e^{j\varphi} = \cos\varphi + j\sin\varphi$

donc:

$$v = e^{-\alpha t}\left[C_1 \cos(-\omega_o t) + j C_1 \sin(-\omega_o t) + C_2 \cos\omega_o t + j C_2 \sin\omega_o t\right]$$

$$v = e^{-\alpha t}\left[(C_1 + C_2)\cos\omega_o t + j(C_1 - C_2)\sin\omega_o t\right]$$

../..

Mais il est nécessaire que v soit réel. Ceci implique que (C1 + C2) et (C1 - C2) soient réels simultanément. Cette condition est réalisée si C1 et C2 sont des imaginaires conjugués.

$$C1 = a + jb \quad \text{et} \quad C2 = a - jb$$

$$C1 + C2 = 2a = A \text{ et } j\,(C1 - C2) = j\,(2jb) = -2\,b = -B.$$

on a alors : $v = e^{-\alpha t} \left[A \cos \omega o t - B \sin \omega o t \right].$

Les conditions initiales, avant la fermeture de l'interrupteur sont $V_o = E$, et $Io = 0$, donc pour $t = 0$, il reste :

$$v = e^{-\alpha t} \left[A.\,1 - B.\,0 \right] = Vo$$

c'est-à-dire $A = Vo = E.$

donc $v = E.\,e^{-\alpha t} \left[\cos \omega o t - \frac{B}{E} \sin \omega o t \right]$

l'intensité est obtenue après différentiation de v, car $i = \frac{Cdv}{dt}$

on a donc $\frac{dv}{dt} = e^{-\alpha t} \left[(E\omega o + \alpha B) \sin \omega o t - (\alpha E - \omega o B) \cos \omega o t \right]$

et enfin $i = \frac{Cdv}{dt} = C.\,e^{-\alpha t} \left[(E\omega o + \alpha B) \sin \omega o t - (\alpha E - \omega o B) \cos \omega_o t \right]$

pour $t = 0$, on doit avoir $Io = 0$.

$$i = C.\,1 \left[(E\omega o + \alpha B)\,.\,0 - (\alpha E - \omega o B)\,.\,1 \right] = 0$$

il faut alors :

$$\alpha E = \omega_o B$$

c'est-à-dire $B = \frac{\alpha E}{\omega_o}$

donc, en conclusion, v et i deviennent :

$$v = Ee^{-\alpha t} \left[\cos \omega_o t + \frac{\alpha}{\omega_o} \sin \omega_o t \right] \qquad (1)$$

$$i = C.E.\,e^{-\alpha t}.\ \omega_o \left(1 + \frac{\alpha^2}{\omega_o^2}\right) \sin \omega_o t \qquad (2)$$

avec $\alpha = -\frac{R}{2\,L}$ et $\omega_o = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2\,L}\right)^2}$

La tension v aux bornes de C, et le courant i, immédiatement après la fermeture du circuit, évoluent suivant le début d'une oscillation amortie, dont la période $T = 2\pi/\omega_o$

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC}\ \left(\frac{R}{2L}\right)^2}}$$

../..

mais on a dit, que L était très grand devant R. Le terme $\left(\frac{R}{2L}\right)^2$ peut être négligé en première approximation, et il reste

$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$, la très classique loi de Thomson.

Les valeurs des composants L et C donnent une période T1 longue. Le courant croît alors suivant un arc sinusoïde, jusqu'au moment où ce courant atteint la valeur du courant de saturation de la self saturable. Le temps t1 qui s'est écoulé entre le début du fonctionnement, et l'instant où le courant i atteint celui de la saturation de la self, dépend évidemment de la valeur de ce courant de saturation, de la période T, et de l'amplitude maximum théorique de i, qui elle-même dépend de E.

Ce temps t1, pour une tension E de 1500 V est d'environ 500 μs .

<u>2ème temps</u> : <u>1ère saturation de L</u>

500 μs après la fermeture de l'interrupteur, le noyau de Ls atteint la saturation; c'est-à-dire que la valeur de l'inductance tombe à une valeur faible (R reste néanmoins faible devant L). A partir de cet instant, la loi d'accroissement reste la même, dans sa forme, mais la période T1 est fortement réduite, et prend la valeur T2.

Le courant croît donc jusqu'à une valeur de 200 A environ, puis décroît, suivant une loi sinusoïdale ($\frac{1}{2}$ période). Simultanément, la tension aux bornes de la capacité tombe à zéro, lorsque le courant est maximum, puis s'inverse, le tout suivant une loi cosinusoïdale.

La valeur de R est telle que le coefficient d'amortissement est réduit, c'est-à-dire que la tension aux bornes de la capacité, qui était de + E atteint $(-E+\varepsilon)$ en fin de $\frac{1}{2}$ période (T2). (figure 7 page 14)

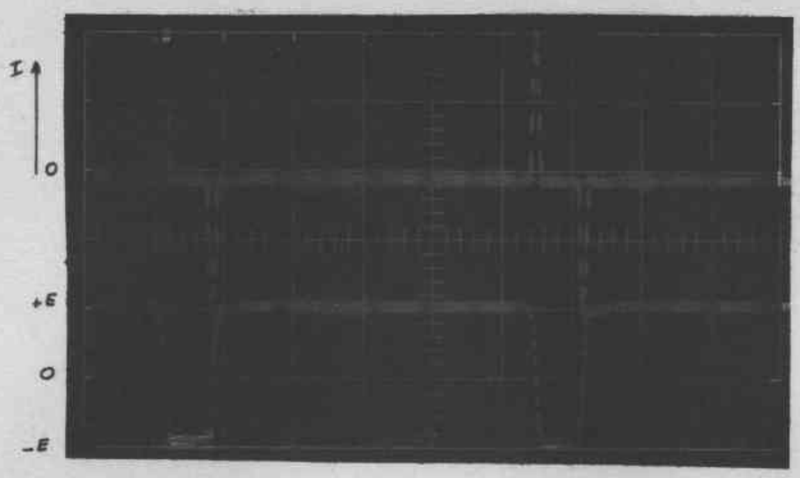
Le courant i, a donc augmenté jusqu'à une valeur élevée, puis est redescendu jusqu'à la valeur de saturation. A cet instant t2, la self se dessature, et le cycle continu avec la période T1, pendant 500 μs . A cet instant t3, le courant est nul, et la tension sur la capacité a atteint - E.

L'oscillation se poursuit, le courant s'inverse et circule pendant 500 μs encore. Pendant ce temps, la tension de capacité est revenue à $-E+\varepsilon$.

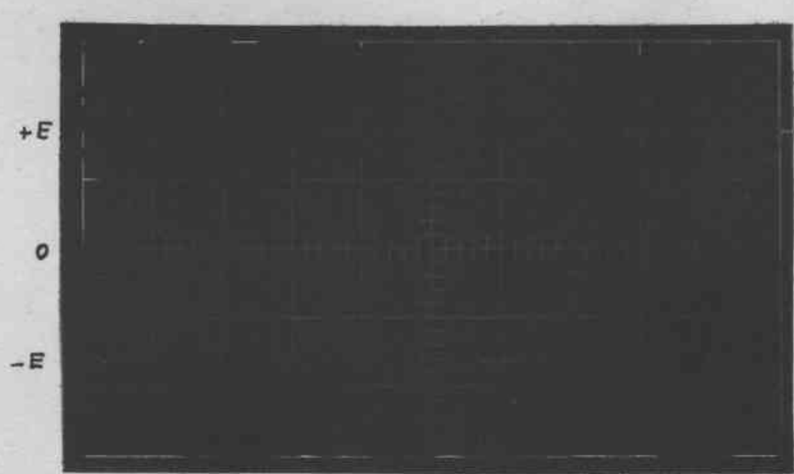
<u>3ème temps</u> : <u>2ème saturation de L</u> .

Au bout de ce 3ème délai de 500 μs , le courant i atteint la valeur de saturation opposée, et le même cycle se reproduit: le courant augmente vers - 200 A suivant la même loi que précédemment, et la tension de capacité atteint 0, lorsque i = Imax.

../..



OSCILLOGRAMME N°1 Latrace supérieure représente le courant dans le condensateur, et la trace inférieure, la tension aux bornes de ce condensateur



OSCILLOGRAMME N°2 Tension aux bornes du condensateur Cc

Faisons intervenir maintenant le circuit réel. Dans celui-ci l'interrupteur est remplacé par un thyristor Th1, et une diode en inverse D4 (fig. 6).

Pendant le 2ème temps, le courant i avait le même sens que le courant principal Ip, et pendant ce 3ème temps, i est dans le sens inverse de Ip. (oscillogramme n° 1).

Les éléments sont tel , que les valeurs absolues répondent à l'inéquation suivante : $|i| \gg |I_p|$

Donc le courant s'annule dans le thyristor et celui-ci se désamorce; le courant i continu de circuler par la diode D4; le cycle se termine ainsi.

<u>4ème temps</u> : <u>déssaturation de L</u>

Lorsque i devient inférieur à l'intensité de saturation, la self se désature, et le cycle se termine avec la période T1. Lorsque ce , courant est nul, la diode se bloque, et comme le thyristor est bloqué, l'oscillation s'arrête, et les conditions initiales sont rétablies: V capa = + E et th = bloqué (oscillogramme n° 2).

Le temps de conduction est donc celui qui s'est écoulé depuis le début du cycle (début de la décharge de Cc), jusqu'à la deuxième saturation de la self Lc, au moment où le courant de charge de Cc atteint la valeur du courant principal traversant le thyristor en direct.

Etant donné que le temps entre le passage par 0 du courant dans le circuit Lc Cc, et le début de la saturation, est une fonction inverse de E (équation 2), le temps de conduction du thyristor sera aussi une fonction quasi linéaire de E, puisque on travaille uniquement sur le début d'une sinusoïde (voisinage de 0).

Donc quand E augmente, t1 diminue : $t1 = \frac{K}{E}$.